

Simulationsstudien zur
Tscherenkowlichterzeugung hadronischer
Kaskaden in Eis mit Geant4

von

Richard Konietz

Bachelorarbeit in P H Y S I K

vorgelegt der

FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK UND
NATURWISSENSCHAFTEN

der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

im

Juli 2013

angefertigt am

III. Physikalischen Institut B
Prof. Dr. Christopher Wiebusch

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	2
2. Detektion von Neutrinos mit Tscherenkowteleskopen	4
2.1. Neutrinowechselwirkungen	4
2.2. Propagation geladener Teilchen	5
2.2.1. Myonen	5
2.2.2. Elektromagnetische und hadronische Kaskaden	6
2.3. Tscherenkowlicht	7
3. Simulationen von Kaskaden in Eis mit Geant4	9
3.1. Konfiguration von Geant4 zur Durchführung der Simulationen	9
3.2. Berechnung von Ertrag und Winkelverteilung der Tscherenkowphotonen	11
4. Parameterisierung der simulierten Daten	13
4.1. Gesamtpurlänge und Lichtertrag von hadronischen Kaskaden	13
4.2. Skalierungsfaktor F der Gesamtpurlänge hadronischer und elektromagnetischer Kaskaden	19
4.3. Winkelverteilung des Tscherenkowlichts	25
5. Schlussbetrachtung	28
A. Anhang	35

1. Einleitung

Die Erdatmosphäre wird permanent von kosmischen Teilchen getroffen. Bei der Suche nach den Quellen dieser höchstenergetischen kosmischen Strahlung sind Neutrinos ideale Botenteilchen [1]. Als elektrisch neutrale und nur schwach wechselwirkende Elementarteilchen durchqueren sie dichte Materie nahezu ungehindert und werden nicht in interstellaren Magnetfeldern abgelenkt. Damit ist es möglich andernfalls nicht zugängliche Bereiche des Universums zu beobachten. Diese idealen Eigenschaften für Botenteilchen machen allerdings ihre Detektion zu einer Herausforderung.

Detektion von Neutrinos geschieht über das Tscherenowlicht, das von Sekundärteilchen aus Neutrinowechselwirkungen erzeugt wird. Das Tscherenowlicht lässt sich in einem transparenten Medium mit einem Gitter aus Photoelektronenvervielfachern messen. Ein Beispiel für einen solchen Neutrinodektor ist das IceCube Neutrino Observatory [2]. Es befindet sich nahe der Scott-Amundsen-Station am Südpol. Dieser Standort wurde gewählt, da das Eis am Südpol optisch sehr klar ist und ein großes instrumentalisierbares Volumen zur Verfügung steht. Um Störsignale wie atmosphärische Myonen zu minimieren, wurden in einer Tiefe von 1450 bis 2450 Metern in 1 km^3 Eis 86 Kabel mit je 60 digitalen optischen Modulen (DOM) eingelassen (siehe Abbildung 1.1). Ein DOM besteht aus digitaler Elektronik sowie einem Photoelektronenvervielfacher. Sie geben bei der Detektion von Licht ein Signal ab, welches mit einer genauen Zeitangabe versehen wird. So kann aus den Signalen mehrerer Module über das gemessene Tscherenowlicht die Spur eines Neutrinos rekonstruiert werden.

Für die Rekonstruktion einer Neutrinospur benötigt man genaue Informationen über die bei Neutrinowechselwirkung entstehenden Kaskaden und deren Tscherenowlichterzeugung. Die Simulation und Parameterisierung dieser hadronischen und elektromagnetischen Kaskaden in Energiebereichen über 30 GeV wurden in einer Masterarbeit [3] und Veröffentlichungen behandelt [4] [5]. Hier wurden der Tscherenowlichtertrag elektromagnetischer und hadronischer Kaskaden sowie Myonen in Eis simuliert. Eine genauere Untersuchung von hadronischen Kaskaden unter 30 GeV und deren Parameterisierung sowie die Untersuchung von sekundären Myonen in solchen Kaskaden bietet Themen für weitere Bachelorarbeiten. Diese Bachelorarbeit beschäftigt sich mit der Tscherenowlichterzeugung hadronischer Kaskaden in Eis im niederenergetischen Bereich bis 30 GeV.

Die Kapitel *Einleitung*, *Detektion von Neutrinos mit Tscherenowteleskopen* und *Simulationen von Kaskaden in Eis mit Geant4* wurden in Zusammenarbeit mit Jacob Leuner verfasst.

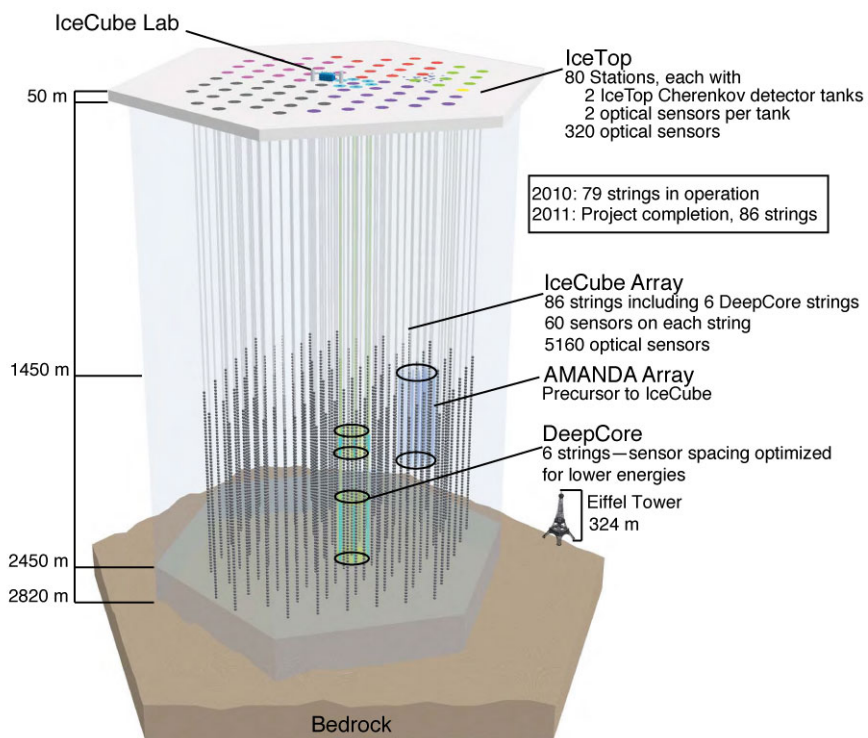


Abbildung 1.1.: Schematischer Aufbau des IceCube Neutrino Observatory am Südpol. [6]

2. Detektion von Neutrinos mit Tscherenkowteleskopen

Tscherenkowteleskope messen das Tscherenkowlicht, welches durch geladenen Sekundärteilchen aus Neutrinowechselwirkungen erzeugt wird. In diesem Kapitel wird der Nachweis hochenergetischer Neutrinos erläutert.

2.1. Neutrinowechselwirkungen

Die dominante Wechselwirkung hochenergetischer Neutrinos mit Materie ist tiefinelastische Streuung [7]. Dabei interagiert das Neutrino mit einem Nukleus über die schwache Wechselwirkung. Diese Wechselwirkung wird in zwei Arten unterteilt:

Bei Wechselwirkungen über das Z-Boson (neutraler Strom) entsteht ein Neutrino gleicher Art und eine hadronische Kaskade:

$$\nu_l + N \rightarrow \nu_l + \text{hadronische Kaskade}$$

Bei Wechselwirkungen über das W-Boson (geladener Strom) entsteht ein Lepton der gleichen Generation und eine hadronische Kaskade:

$$\nu_e(\bar{\nu}_e) + N \rightarrow e^-(e^+) + \text{hadronische Kaskade}$$

$$\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + N \rightarrow \mu^-(\mu^+) + \text{hadronische Kaskade}$$

$$\nu_\tau(\bar{\nu}_\tau) + N \rightarrow \tau^-(\tau^+) + \text{hadronische Kaskade}$$

Diese Wechselwirkungen haben unterschiedliche Signaturen im Detektor. Sie sind in Abbildung 2.1 dargestellt. Unabhängig von der Neutrinogeneration entsteht eine hadronische Kaskade durch den dissoziierten Nukleus. Diese Kaskade wird durch die Signatur des geladenen Sekundärleptons überlagert.

Bei Elektron-Neutrinos wird durch das Elektron eine elektromagnetische Kaskaden erzeugt.

Die Myonen und Antimyonen aus Myon-Neutrino-Wechselwirkungen erzeugen eine lange Spur im Detektor. Für hochenergetische Myonen führen lokale Energieverluste zu elektromagnetischen und hadronischen Kaskaden, die mehr Tscherenkowlicht erzeugen als das Myon selbst.

Die Signatur von Tau-Neutrinos ist energieabhängig. Für niedrige Energien zerfällt es nahezu sofort und führt zu einer zweiten hadronischen Kaskade. Diese Kaskade ist experimentell nicht von der ersten zu unterscheiden. Mit steigender Energie kann das Tauon

aufgrund der Zeitdilatation eine größere Strecke zurücklegen bevor es zerfällt. Dies führt bei hohen Energien dazu, dass die hadronischen Kaskaden räumlich getrennt gemessen werden können. Dies bezeichnet man auch als "Double Bang". Diese Signatur wurde bisher nicht beobachtet.

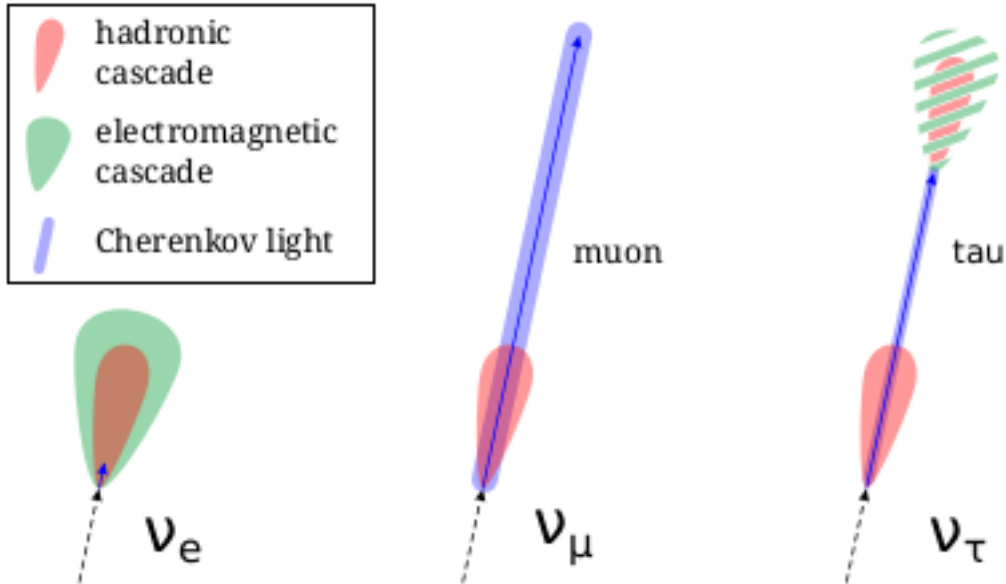


Abbildung 2.1.: Charakteristische Signaturen von Neutrino-Wechselwirkungen über den geladenen Strom in Tscherenkowteleskopen. Es ist zu beachten, dass elektromagnetische und hadronische Kaskaden ebenfalls Tscherenkowlichtquellen sind. [8]

2.2. Propagation geladener Teilchen

2.2.1. Myonen

Myonen verlieren bei der Propagation durch Materie Energie durch Ionisation, Paarbildung, Bremsstrahlung und Kernwechselwirkungen [9]. Für niedrige Energien überwiegt der Energieverlust durch Ionisation. Mit steigender Energie wächst der Energieverlust durch Paarbildung, Bremsstrahlung und Kernwechselwirkungen an. Der Gesamtenergieverlust ist gegeben durch die Summe der Energieverluste der einzelnen Prozesse. Vereinfacht ist der gegeben durch:

$$-\frac{dE}{dx} = a + bE, \quad (2.1)$$

wobei a den Energieverlust durch Ionisation und b den Verlust durch die restlichen Strahlungsprozesse, Paarbildung, Bremsstrahlung und Kernwechselwirkungen darstellt

2. Detektion von Neutrinos mit Tscherenkowteleskopen

[10]. Die Parameter a und b werden als konstant angenommen, da sie nur schwach mit der Energie variieren.

Typische Werte in Eis sind $a \approx 0.295 \text{ GeV m}^{-1}$ und $b \approx 0.363 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ [11]. Eine Lösung dieser Differenzialgleichung ergibt die Myonenenergie als eine Funktion des Abstandes r und der Anfangsenergie E_0

$$E(r, E_0) = (E_0 + E_{krit})^{-br} - E_{krit}. \quad (2.2)$$

Hier ist $E_{krit} = \frac{a}{b} \approx 710 \text{ GeV}$ die kritische Energie bei welcher Energieverluste durch Ionisation und Strahlungsprozesse gleich sind.

2.2.2. Elektromagnetische und hadronische Kaskaden

Als elektromagnetische Kaskade bezeichnet man die lawinenartige Erzeugung von Elektronen, Positronen und Photonen. Dabei entstehen Photonen durch Bremsstrahlung der Elektronen und der Positronen und Elektron-Positron-Paare durch Paarerzeugung der Photonen [10]. Dieser Vorgang wiederholt sich solange, bis die Photonenenergie nicht mehr für Paarerzeugung ausreicht, das heißt unter zweifache Elektronenmasse fällt. Eine schematische Darstellung findet sich in 2.2. Die Gesamtanzahl der erzeugten Teilchen innerhalb einer elektromagnetischen Kaskade ist durch die Energie des Primärteilchens begrenzt und steigt exponentiell mit der Energie des Primärteilchens an.

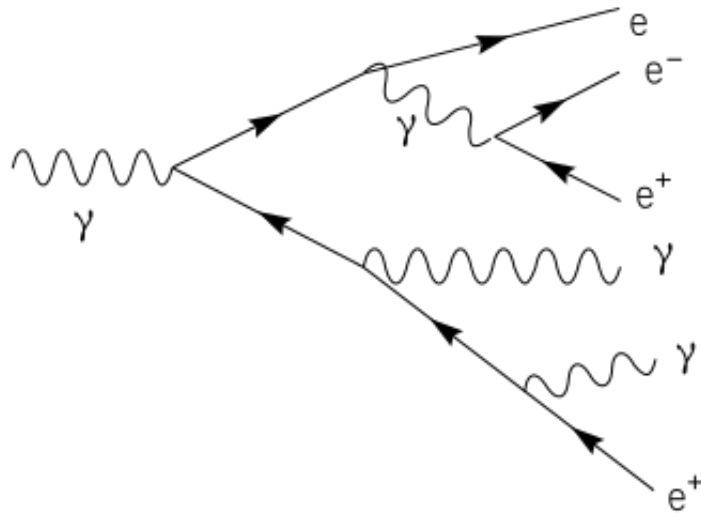


Abbildung 2.2.: Schematische Darstellung einer elektromagnetischen Kaskade. [12]

Hadronische Kaskaden verhalten sich ähnlich wie elektromagnetische Kaskaden, jedoch entstehen schwerere Hadronen innerhalb der Kaskade. Zudem können pro Wechselwirkung mehr als zwei Teilchen entstehen. Aufgrund der höheren Masse dieser Teilchen ist die Gesamtzahl aller Teilchen einer hadronischen Kaskade geringer als die einer elektromagnetischen Kaskade bei gleicher Primärenergie. Ein Teil der entstehenden Teilchen ist

ungeladen, wie zum Beispiel Neutronen oder ungeladene Pionen. Entstandene Neutronen zerfallen wieder in geladene Teilchen, tragen aber zur Erzeugung von Tscherenkowlicht nicht selbst bei. Entsteht ein π^0 innerhalb einer hadronischen Kaskade, zerfällt es nahezu sofort in zwei Photonen, aus welchen dann elektromagnetische Kaskaden hervorgehen. Mit steigender Energie des auslösenden Teilchens entstehen im Laufe der hadronischen Kaskade mehr π^0 und die hadronische Kaskade nimmt die Form einer elektromagnetischen Kaskade an. Das erzeugte Tscherenkowlicht einer hadronischen Kaskade ist geringer als das einer elektromagnetischen Kaskade.

Da die Schwankung des Tscherenkowlichtertrages elektromagnetischer Kaskaden im Vergleich zu einer hadronischen Kaskaden gering ist, bietet sich die Einführung eines Skalierungsfaktors von hadronischen und elektromagnetischen Kaskaden F an. Dieser stellt das Verhältnis der Tscherenkowlichterträge dar und ermöglicht eine genauere Parameterisierung der Tscherenkowlichterzeugung hadronischer Kaskaden.

2.3. Tscherenkowlicht

Ein geladenes Teilchen erzeugt Tscherenkowlicht, wenn es mit einer Geschwindigkeit durch ein Medium propagiert, die größer ist als die Phasengeschwindigkeit des Lichts im betreffenden Medium, also

$$\beta \geq \frac{c_{med}}{c_{vac}} = \frac{1}{n}, \quad (2.3)$$

wobei β die Geschwindigkeit des Teilchens, c_{med} die Lichtgeschwindigkeit im Medium und c_{vac} die Vakuumlichtgeschwindigkeit, jeweils in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit und n der Brechungsindex des Mediums ist. Ein geladenes Teilchen polarisiert die Atome entlang seiner Spur. Fallen die polarisierten Atome in ihren Grundzustand zurück emittieren sie Dipolstrahlung [13]. Die Erzeugung von Tscherenkowlicht nach dem Huygensschen Prinzip ist in Abbildung 2.3 zu sehen. jeder Punkt entlang der Teilchenspur ist der Ausgangspunkt einer Elementarwelle, welche sich bei ausreichender Geschwindigkeit konstruktiv überlagern. Der halbe Öffnungswinkel des so entstehenden Lichtkegels ist der Tscherenkowwinkel θ_C . Er ist gegeben durch

$$\cos(\theta_C) = \frac{1}{\beta n}, \quad (2.4)$$

wobei n der Brechungsindex und $\beta = \frac{v}{c}$ die Geschwindigkeit in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit ist [10].

Die Anzahl der entstehenden Photonen ist gegeben durch die Frank-Tamm-Formel

$$\frac{d^2 N}{d\lambda dx} = \frac{2\pi\alpha_f z^2}{\lambda^2} \sin^2(\theta_C) = \frac{2\pi\alpha_f z^2}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right), \quad (2.5)$$

wobei α_f die Feinstrukturkonstante, z die Ladung des Teilchens in Einheiten der Elementarladung und λ die Wellenlänge der entstehenden Tscherenkowphotonen ist [14].

2. Detektion von Neutrinos mit Tscherenkowteleskopen

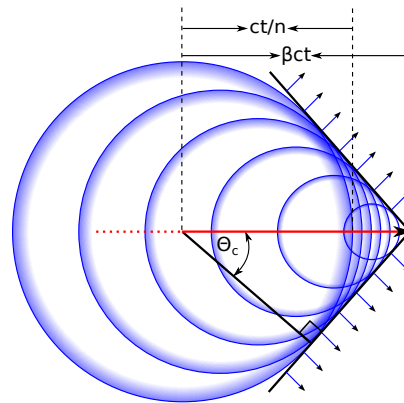


Abbildung 2.3.: Prinzip der Tscherenkowlichtproduktion anhand des Huygensschen Prinzips erklärt.

3. Simulationen von Kaskaden in Eis mit Geant4

In diesem Kapitel wird die Simulation von hadronischen Kaskaden durch Geant4 behandelt. Geant4 ist ein Softwarepaket zur Simulation von Teilchenpropagation in Materie [15]. Für eine Simulation muss vom Benutzer die Detektorgeometrie, das Detektormaterial, die zu simulierenden Wechselwirkungen beziehungsweise Wechselwirkungsmodelle sowie das Primärteilchen definiert werden. Die zur Simulation von hadronischen Kaskaden verwendete Konfiguration wird im folgenden erläutert.

3.1. Konfiguration von Geant4 zur Durchführung der Simulationen

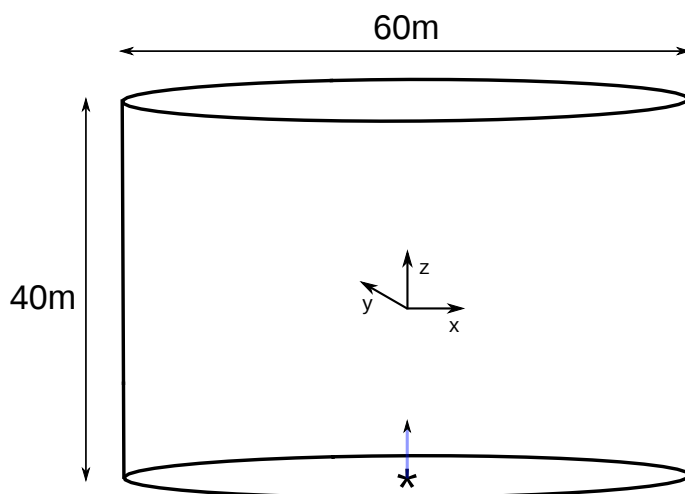


Abbildung 3.1.: Geometrie des für die Simulation benutzten Detektors. [5]

Als Detektormaterial wird Eis verwendet. Eis ist kein vordefiniertes Element in Geant4. Die verwendete Definition von Eis ist eine Kombination aus Wasserstoff und Sauerstoff im Massenverhältnis 11,19% zu 88,81%. Die Dichte beträgt $0,91 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ und es wurde ein für Eis typischer Brechungsindex von $n = 1,33$ verwendet.

Die Detektorgeometrie der Simulation ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Als Detektor wurde ein Zylinder mit einem Durchmesser von 60m und einer Höhe von 40m benutzt. In diesen Zylinder wird vom Zentrum der Bodenfläche das Primärteilchen mit einer

3. Simulationen von Kaskaden in Eis mit Geant4

festgelegten Energie injiziert. Von entstehenden sekundären Teilchen werden für jedes einzelne Spursegment die Spurlänge l_i , die Geschwindigkeit β_i und der Winkel α_i relativ zur Z-Achse, die der initialen Richtung entspricht abgespeichert.

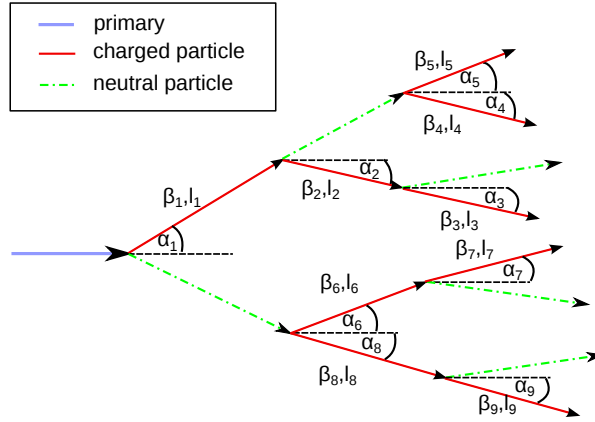


Abbildung 3.2.: Simulationsprinzip einer hadronischen Kaskade. Das Primärteilchen ist blau, geladene Sekundärteilchen rot und neutrale Sekundärteilchen grün dargestellt [5]

In Abbildung 3.2 ist das Simulationsprinzip einer hadronischen Kaskade dargestellt. Das Primärteilchen (blau) erzeugt in einer Wechselwirkung ein geladenes Teilchen (rot) sowie ein neutrales Teilchen (grün). Diese Teilchen können weiter wechselwirken und dabei weitere Teilchen erzeugen. Die Teilchenspuren werden zwischen Wechselwirkungen als gerade Spuren simuliert. Zur Bestimmung des Tscherenkowlichts werden für alle Spursegmente geladener Teilchen die Länge l_i , die Geschwindigkeit β_i sowie der Winkel α_i gespeichert. Der Winkel α ist der Winkel zwischen der Flugrichtung des Teilchens und der initialen Richtung des Primärteilchens. Weiterhin werden Myonen mit einer Energie unter 1 GeV gesondert abgespeichert, um diese separat betrachten zu können. Zur Beschreibung aller physikalischen Vorgänge während der Simulation wird eine *physicslist* benötigt. In ihnen werden alle zu simulierenden Wechselwirkungen und Teilchen definiert. Die standardmäßig benutzte *physicslist* dieser Simulationen ist die Referenzphysikliste QGSP_BERT_EMU [15]. Zu Vergleichszwecken wurden Simulationen mit weiteren Referenzphysiklisten QGSP, FTFP_BERT und FTFP_BERT_EMU durchgeführt. QGSP steht hierbei für Quark-Gluon-String-Modell und FTFP für das Fritjof-Precompound-Modell. Der Zusatz BERT bedeutet, dass im Energiebereich unter 9,9 GeV das Bertini-Kaskaden-Modell zur Simulation benutzt wird. Der Zusatz EMU definiert die benutzte Liste für elektromagnetische Wechselwirkungen [15].

Zur Erzeugung hadronischer Kaskaden werden als Primärteilchen die Mesonen π^+ , π^- und K_L^0 und die Baryonen (Anti-)Proton und Neutron benutzt. Elektromagnetische Kaskaden zum Vergleich wurden mit Elektronen erzeugt. Desweiteren wurden Kaskaden mit π^0 erzeugt, um sie mit den elektromagnetischen Kaskaden zu vergleichen.

Entstehen sekundäre Myonen mit einer Energie über 1 GeV, so werden diese separat gezählt und Informationen über ihre Anzahl und Energie gespeichert. Zudem wird der

3.2. Berechnung von Ertrag und Winkelverteilung der Tscherenkowphotonen

Entstehungsort des Myons relativ zur Z-Achse für α und relativ zum Eintrittspunkt für Z gespeichert. Da diese Myonen zur hadronischen Kaskade nicht mehr beitragen, werden sie nicht weiter propagiert und sie müssen separat parametrisiert werden.

3.2. Berechnung von Ertrag und Winkelverteilung der Tscherenkowphotonen

Zur Berechnung des Tscherenkowlichts eines Spursegmentes verwendet man die integrierte Frank-Tamm-Formel

$$\frac{dN}{d\lambda} = \frac{2\pi\alpha_f z^2}{\lambda^2} l \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2} \right). \quad (3.1)$$

Daraus ergibt sich, dass die Anzahl der Tscherenkowphotonen proportional zur Spurlänge l ist. Ein Teilchen mit einem $\beta < 1$ erzeugt weniger Photonen entlang der Spurlänge l als ein Teilchen mit $\beta = 1$. Betrachtet werden hierbei nur Teilchen, welche die Bedingung 2.3 erfüllen. In Eis liegt die untere Grenze zur Erzeugung von Tscherenkowlicht bei $\beta_{min} = 0,752$. Teilchen mit geringerem β erzeugen kein Tscherenkowlicht.

Zur Bestimmung der Gesamtzahl der Tscherenkowphotonen und des Lichtertrages eines hadronischen Schauers wird die Gesamtpurlänge benötigt. Dazu werden die skalierten Spurlängen \hat{l} aller geladenen Teilchen zur Gesamtpurlänge W aufsummiert. Bei der Skalierung wird l mit dem Frank-Tamm-Faktor an die Spurlänge eines Teilchens mit $\beta = 1$ angepasst.

$$\hat{l} = l \frac{\sin^2(\theta_C)}{\sin^2(\theta_{C,0})}, \quad (3.2)$$

wobei $\sin^2(\theta_{C,0}) = 1 - \frac{1}{n^2}$. \hat{l} entspricht der Spurlänge eines relativistischen Teilchens, welches die gleiche Anzahl an Photonen emittiert, wie das unskalierte Teilchen auf der Länge l .

Die Gesamtpurlänge W einer hadronischen Kaskade ist direkt proportional zur Anzahl der entstehenden Tscherenkowphotonen. Der in Kapitel 2.2.2 Skalierungsfaktor F ist das Verhältnis der Tscherenkowlichterträge einer elektromagnetischen und einer hadronischen Kaskade mit gleicher Primärteilchenenergie. Der Skalierungsfaktor wird definiert als:

$$F = \frac{W_{had}}{W_{em}}, \quad (3.3)$$

wobei W_{had} die Gesamtpurlänge einer hadronischen Kaskade und W_{em} die Gesamtpurlänge einer elektromagnetischen Kaskade ist. F kann durch die elektromagnetischen Anteil F_{em} und den hadronischen Anteil F_{had} einer Kaskade beschrieben werden:

$$F = F_{em} + f_0 F_{had} = F_{em} + f_0(1 - F_{em}), \quad (3.4)$$

wobei f_0 das Verhältnis von hadronischem und elektromagnetischem Lichtertrag einer Kaskade ist und $F_{em} + F_{had} = 1$ [16]. F_{em} und F_{had} sind hierbei die Anteile der Primärenergie E_0 , welche zur elektromagnetischen beziehungsweise hadronischen Prozessen in ein-

3. Simulationen von Kaskaden in Eis mit Geant4

er Kaskade beitragen. Die Energieabhängigkeit von F_{em} kann wie folgt beschrieben werden

$$F_{em} = 1 - \left(\frac{E_0}{E_s} \right)^{-m}, \quad (3.5)$$

wobei E_0 die Energie des Primärteilchens, E_s eine Skalenenergie und m ein freier Parameter ist.

Für die Berechnung der Richtungsverteilung des Tscherenkowlichts einer Kaskade wird die in [4] eingeführte Transformation benutzt. Sie nutzt als Eingabe ein zweidimensionales Histogramm, welches die Spurlänge $l_{i,j}$ eines Teilches abhängig von seinem Zenitwinkel α_i und seiner relativen Geschwindigkeit β_j enthält. Abbildung 3.3 zeigt ein Beispiel eines solchen Histogrammes. Aus diesem Histogramm wird der Zenitwinkel Φ der Tscherenkowphotonen berechnet. Eine Voraussetzung für diese Transformation ist eine azimutale Symmetrie der hadronischen Kaskade. Durch diese Transformationsmethode kann Rechenzeit eingespart werden, da keine einzelnen Tscherenkowphotonen simuliert werden müssen.

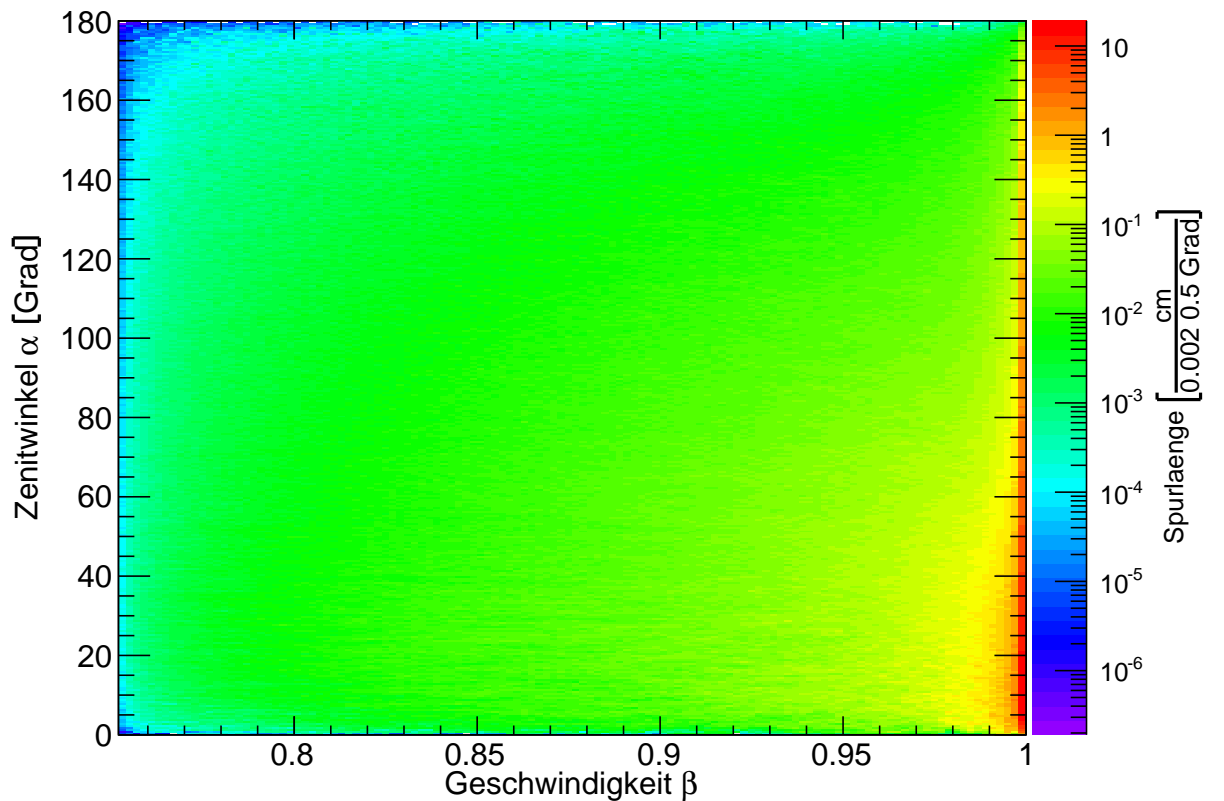


Abbildung 3.3.: Ein beispielhaftes Histogramm der Spurlänge l , anhängig von dem Zenitwinkel α und der relativen Geschwindigkeit β .

4. Parameterisierung der simulierten Daten

Die Tscherenkowlichterzeugung setzt sich zusammen aus dem Tscherenkowlichtertrag und der Winkelverteilung der Tscherenkowphotonen einer hadronischen Kaskade. In diesem Kapitel werden die simulierten Daten parameterisiert, um die Tscherenkowlichterzeugung zu beschreiben.

4.1. Gesamtpurlänge und Lichtertrag von hadronischen Kaskaden

Der Tscherenkowlichtertrag hängt nach Formel 3.1 nur von der Gesamtpurlänge ab. Zur Berechnung der Gesamtpurlänge wird über alle mit dem Tamm-Faktor skalierten Spurlängen summiert. Bei einem β nahe dem Grenzwert von $\beta \approx 0,75$ für $n = 1,33$ ist eine deutliche Skalierung der lichterzeugenden Spurlänge zu erkennen.

Die Gesamtpurlänge variiert von Kaskade zu Kaskade. Um die mittlere Gesamtpurlänge zu bestimmen, wurden 2000 Kaskaden simuliert und der Mittelwert der Gesamtpurlänge gebildet. Um die Schwankung der Gesamtpurlänge innerhalb der Statistik zu beschreiben, werden um den Mittelwert zwei Werte $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ bestimmt. Diese entsprechen dem 0,16-Quantil und dem 0,84-Quantil, sodass 68% aller Einträge zwischen den beiden Quantilen liegen. Ein Histogramm der Gesamtpurlänge ist in Abbildung 4.2 gezeigt. Eingezeichnet sind der Mittelwert als vertikale rote Linie und die Schwankungen als vertikale blaue Linien.

In Abbildung 4.3 ist die Gesamtpurlänge für alle Mesonen und Baryonen als Funktion der Primärenergie dargestellt. Die Schwankung, beschrieben durch $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ sind als farbige Bänder dargestellt. Die Mittelwerte der Gesamtpurlänge werden mit der folgenden Formel parameterisiert:

$$W_{fit}(E_0) = a \cdot \left(\frac{E_0}{\text{GeV}} \right)^b. \quad (4.1)$$

In Abbildung 4.4 sind die Parameterisierungen zusätzlich zu den den simulierten Mittelwerten der Gesamtpurlänge dargestellt. Die Fitparameter sind in Tabelle 4.1 zu sehen. Der Parameter a liegt im Bereich von ≈ 160 cm für Kaonen bis ≈ 230 cm für Pionen. Der Parameter b schwankt sowohl für Baryonen als auch für Mesonen um einen Wert von $\approx 1,17$. Eine elektromagnetische Kaskade produziert von einem π^0 erreicht $a \approx 530$ cm und $b \approx 1$.

4. Parameterisierung der simulierten Daten

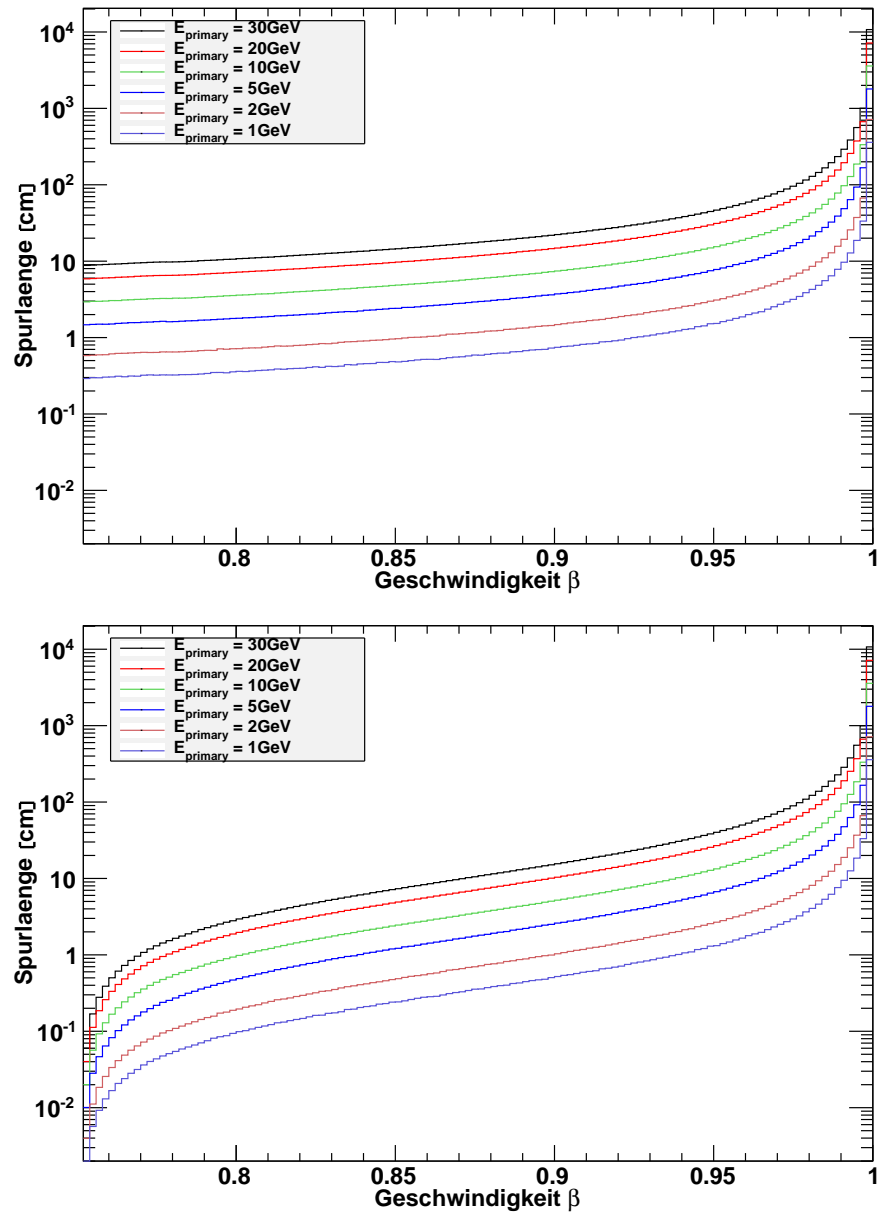


Abbildung 4.1.: Ein Beispiel für Histogramme der über 2000 Kaskaden gemittelten Spurlänge l , abhängig von der relativen Geschwindigkeit β .

Oben: Spurlänge als Funktion von β für ein π^0 mit verschiedenen Primärenergien.

Unten: Spurlänge gewichtet mit dem Frank-Tamm-Faktor als Funktion von β mit verschiedenen Primärenergien.

4.1. Gesamtpurlänge und Lichtertrag von hadronischen Kaskaden

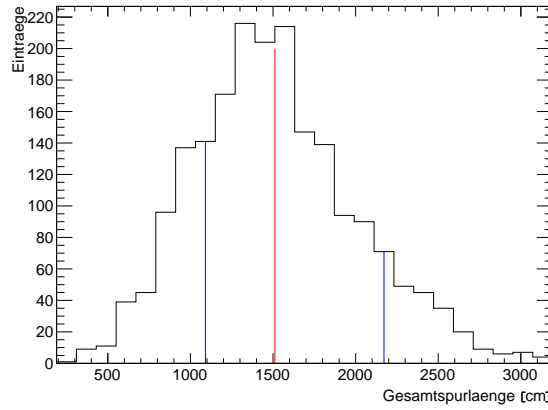


Abbildung 4.2.: Ein Histogramm der Gesamtpurlängen von 2000 simulierten Kaskaden mit einer Energie von 6 GeV. Der Mittelwert ist als rote Linie eingezeichnet und mit blauen Linien $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ als untere und obere Grenze des mittleren 68% beinhaltenden Bereiches. Der 68%-Bereich ist nicht symmetrisch um den Mittelwert gelegen.

Die Schwankung der Gesamtpurlänge um den Mittelwert wird ebenfalls mit einer Potenzfunktion parameterisiert:

$$\sigma_{W,fit}(E_0) = c \cdot \left(\frac{E_0}{\text{GeV}} \right)^d. \quad (4.2)$$

Hierzu wird der Mittelwert σ der beiden Schwankungen $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ gebildet. Die Parameterisierungen sind in Abbildung 4.5 zu sehen und die Fitparameter c und d der Parameterisierung sind ebenfalls in Tabelle 4.1 eingetragen.

Teilchen	a [cm]	b	c [cm]	d
π^0	529,6	0,999	5,233	0,965
π^+	222,1	1,145	114,7	0,842
π^-	229,7	1,139	133,6	0,801
K_L^0	160,1	1,243	104,2	0,876
p	202,1	1,133	122,1	0,755
n	182,8	1,174	139,0	0,715

Tabelle 4.1.: Tabellarische Aufstellung der Parameter für die Parameterisierung der Gesamtpurlänge und dessen Schwankung.

4. Parameterisierung der simulierten Daten

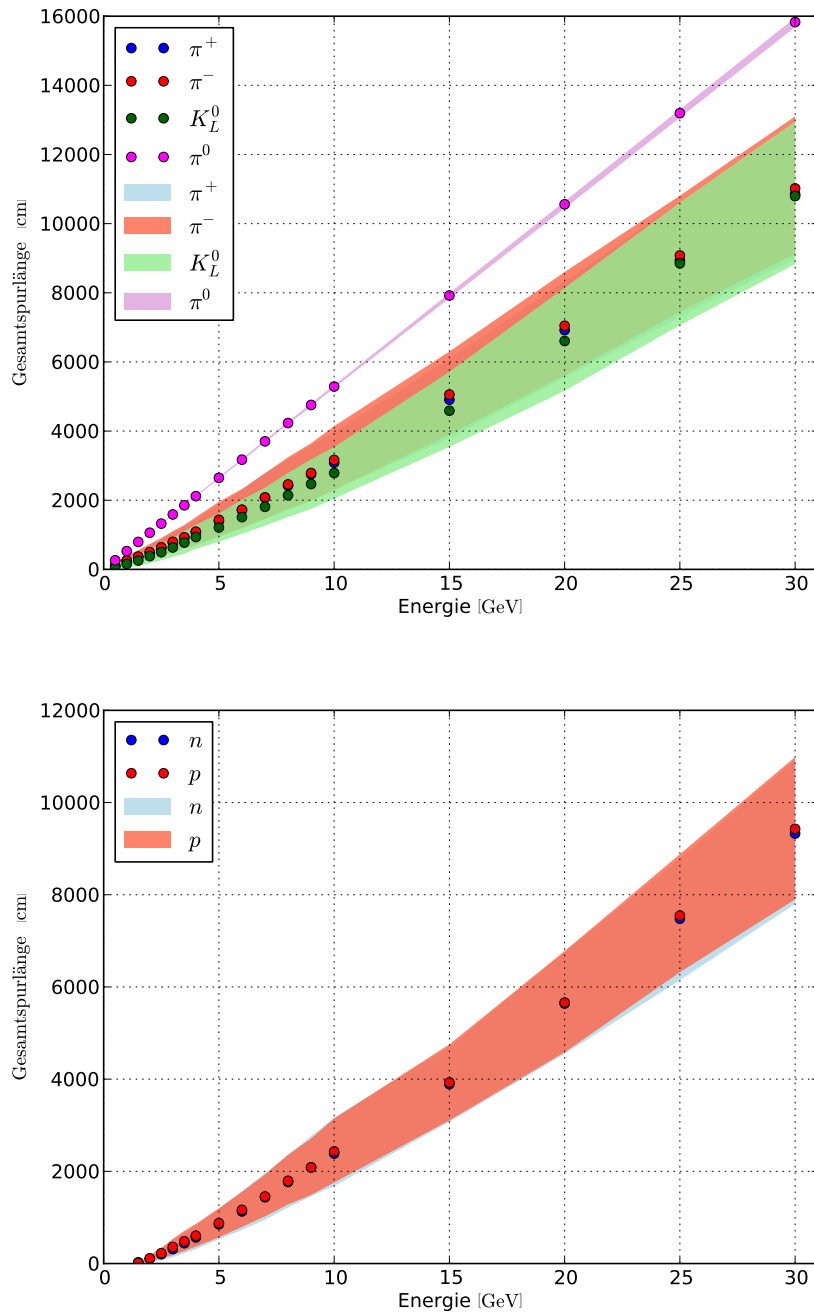


Abbildung 4.3.: Energieabhängigkeit der Gesamtspurlänge für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). Die Schwankung um den Mittelwert ist als farbiges Band dargestellt.

4.1. Gesamtpurlänge und Lichtertrag von hadronischen Kaskaden

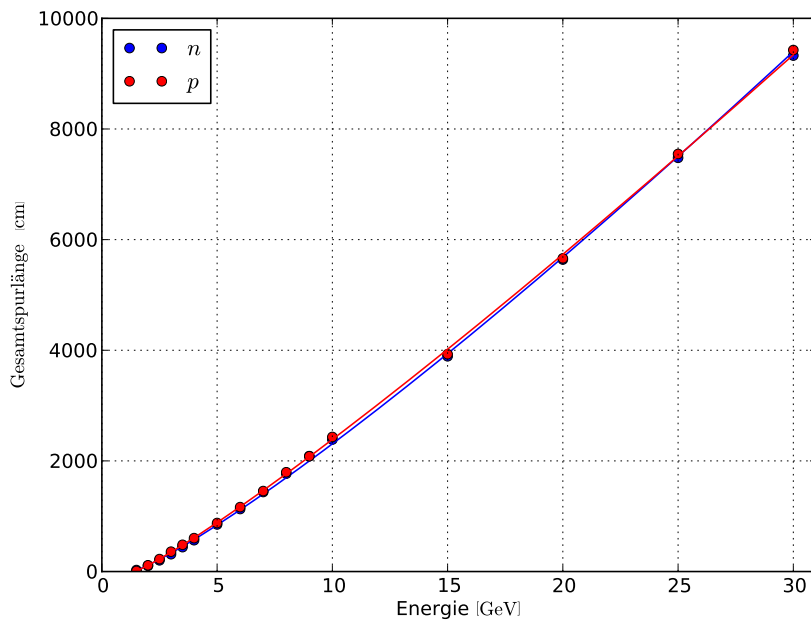
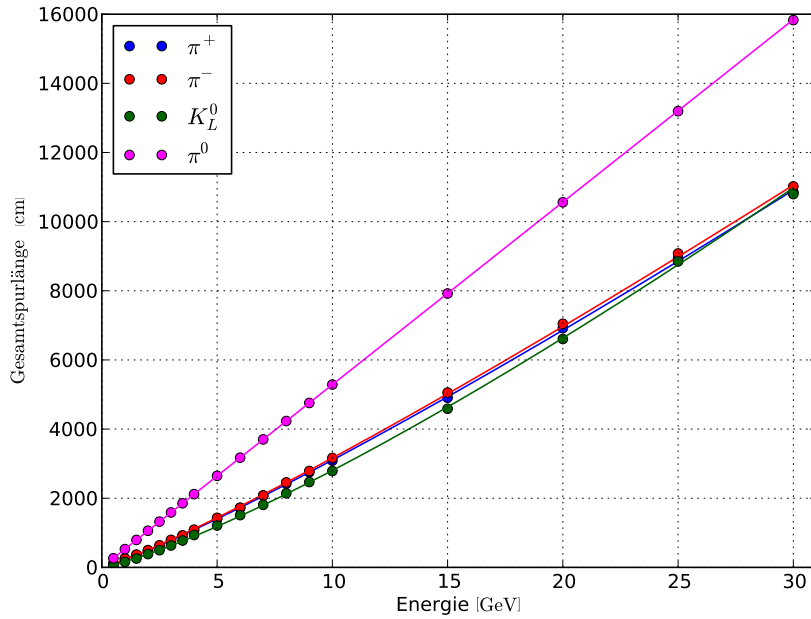


Abbildung 4.4.: Parameterisierung der Energieabhängigkeit der Gesamtpurlänge für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). Parameterisierung nach Formel 4.1

4. Parameterisierung der simulierten Daten

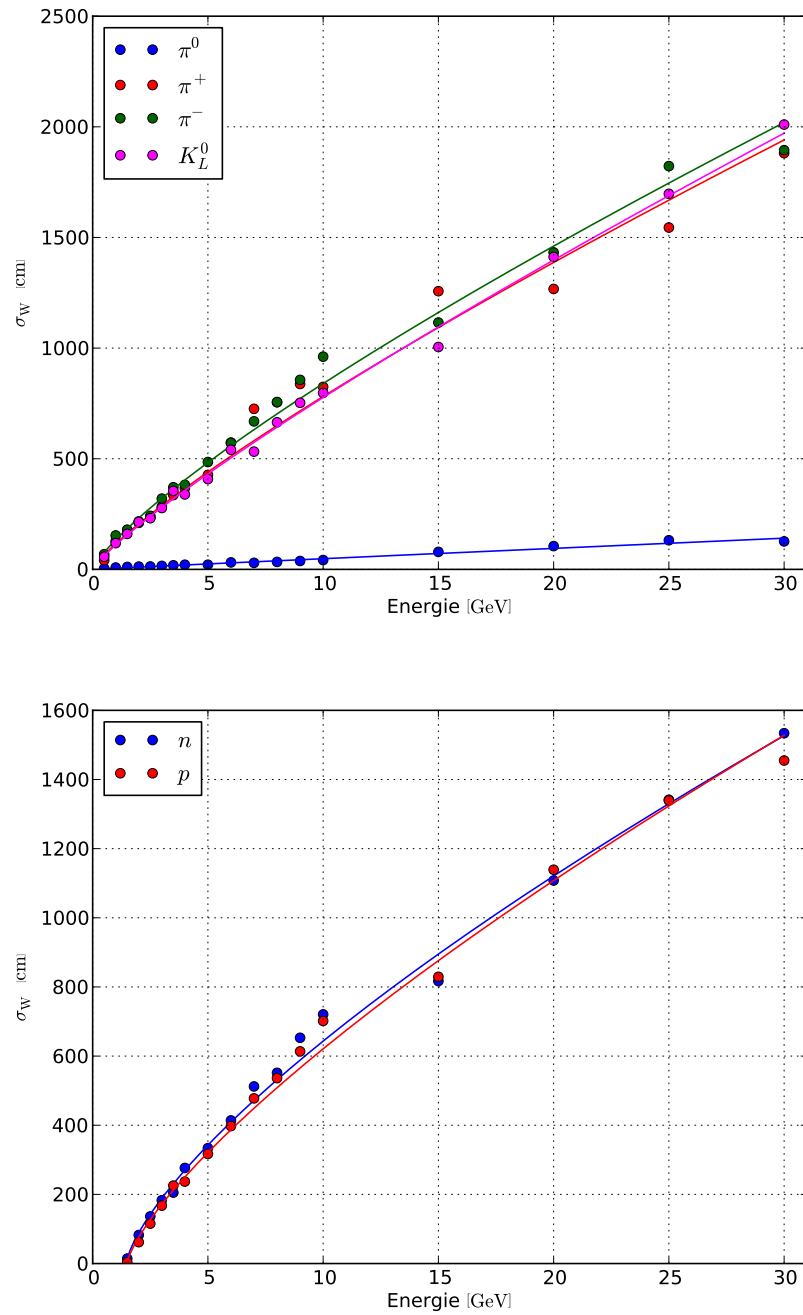


Abbildung 4.5.: Parameterisierung der Energieabhängigkeit der Schwankung als Mittelwert aus $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ für Mesonen (unten) und Baryonen (oben). Parameterisierung nach Formel 4.2

4.2. Skalierungsfaktor F der Gesamtpurlänge hadronischer und elektromagnetischer Kaskaden

Um die Gesamtpurlängen einer hadronischen und elektromagnetischen Kaskade zu vergleichen, wird ein Skalierungsfaktor F eingeführt. Um Formel 3.3 zu nutzen, werden dazu die Gesamtpurlängen einer hadronischen und elektromagnetischen Kaskade mit gleicher Primärenergie benötigt. Dazu wurde für eine elektromagnetische Kaskade mit einem Elektron als Primärteilchen die Gesamtpurlängen für alle Primärenergien bestimmt. Da bei einer Energie unter 3 GeV die Energie der betrachteten Baryonen nicht für eine Kaskade ausreicht, wurden nur Energien von 3 GeV aufwärts für eine Parameterisierung in Betracht gezogen. Bei Mesonen zeigen π^+ und π^- eine potentielle Resonanz bei 1 GeV. Auch hier wurden vereinfachend nur Energien von 3 GeV aufwärts für eine Parameterisierung in Betracht gezogen.

Der Skalierungsfaktor F variiert ebenfalls von Kaskade zu Kaskade. Eine Betrachtung der Mittelwerte und einer Schwankung definiert wie für die Gesamtpurlänge bietet sich an. In Abbildung 4.6 ist ein Histogramm der Skalierungsfaktoren für 2000 simulierte Kaskaden gezeigt. Der Mittelwert ist als vertikale rote Linie und die Grenzen $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ des 68% beinhaltenden Bereiches als vertikale blaue Linien eingezeichnet. Die so bestimmten Mittelwerte und Schwankung sind in Abbildung 4.7 in Abhängigkeit von der Primärenergie dargestellt.

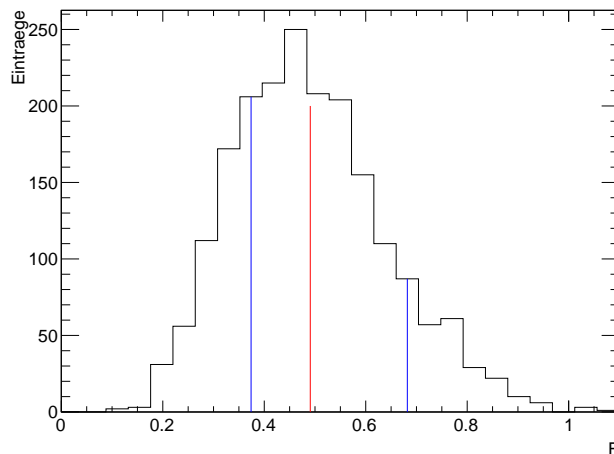


Abbildung 4.6.: Ein Histogramm der Skalierungsfaktoren von 2000 simulierten Kaskaden mit einer Energie von 7 GeV. Der Mittelwert ist als rote Linie eingezeichnet und mit blauen Linien $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ als untere und obere Grenze des mittleren 68% beinhaltenden Bereiches. Der 68%-Bereich ist nicht symmetrisch um den Mittelwert gelegen.

Aus den Gleichungen 3.4 und 3.5 wird die Parameterisierung für F bestimmt

$$F_{fit}(E_0) = 1 - (1 - f_0) \left(\frac{E_0}{E_s} \right)^{-m}. \quad (4.3)$$

4. Parameterisierung der simulierten Daten

Die Parameterisierung ist in Abbildung 4.8 über die aus den simulierten Daten errechneten Werten gelegt. Zu erkennen ist, dass sich wie erwartet der Lichtertrag einer hadronischen Kaskade mit steigender Energie dem Lichtertrag einer elektromagnetischen Kaskade annähert: Der Skalierungsfaktor nimmt mit der Energie zu und nähert sich 1 an. Die Parameter für die Parameterisierung des Skalierungsfaktors sind in Tabelle 4.2 aufgelistet. Wie zu erwarten hat eine von einem π^0 ausgelöste elektromagnetische Kaskade ein f_0 von ungefähr 1, da es ausschließlich elektromagnetische Kaskaden erzeugt. f_0 bezeichnet das Verhältnis der Tscherenkowlichterträge des elektromagnetischen Anteils zum hadronischem Anteil der Kaskade.

Teilchen	E_s [GeV]	f_0	m
π^0	1,444	0,986	0,918
π^+	1,562	0,409	0,207
π^-	1,532	0,415	0,213
K_L^0	1,829	0,315	0,249
p	3,963	0,288	0,277
n	2,409	0,157	0,289

Tabelle 4.2.: Tabellarische Aufstellung der Parameter für die Parameterisierung des elektromagnetischen Verhältnisses.

In Abbildung 4.9 ist zudem die relative Schwankung σ_F/F abgebildet. Zu erkennen ist, dass sowohl bei Mesonen als auch bei Baryonen die relative Schwankung mit steigender Energie abnimmt. Die absolute Schwankung steigt somit weniger stark an als der Skalierungsfaktor.

Zusätzlich werden die Skalierungsfaktoren für mit den Referenzphysiklisten QGSP_BERT_EMY, FTFP_BERT, FTFP_BERT_EMY und QGSP simulierte Teilchen verglichen. Dazu wurden Protonen und π^+ zusätzlich in diesen Referenzphysiklisten simuliert. Zum Vergleich wurde für alle Referenzphysiklisten der Skalierungsfaktor mehrerer Primärenergien berechnet. Sie sind in Abbildung 4.10 übereinander gezeichnet. Es ist klar zu erkennen, dass bei der Benutzung von QGSP_BERT_EMY für alle Energien höhere Skalierungsfaktoren berechnet werden.

4.2. Skalierungsfaktor F der Gesamtpurlänge hadronischer und elektromagnetischer Kaskaden

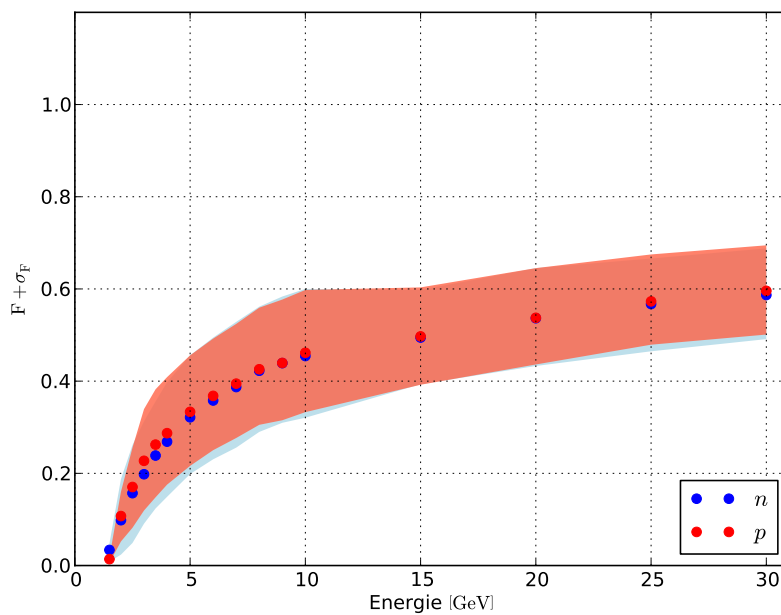
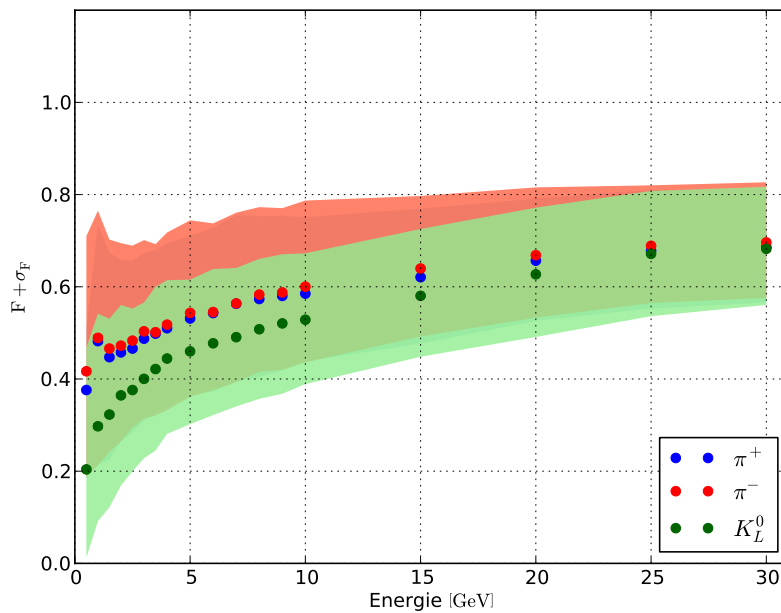


Abbildung 4.7.: Energieabhängigkeit des Skalierungsfaktors für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). Die Schwankung um den Mittelwert ist als farbiges Band dargestellt.

4. Parameterisierung der simulierten Daten

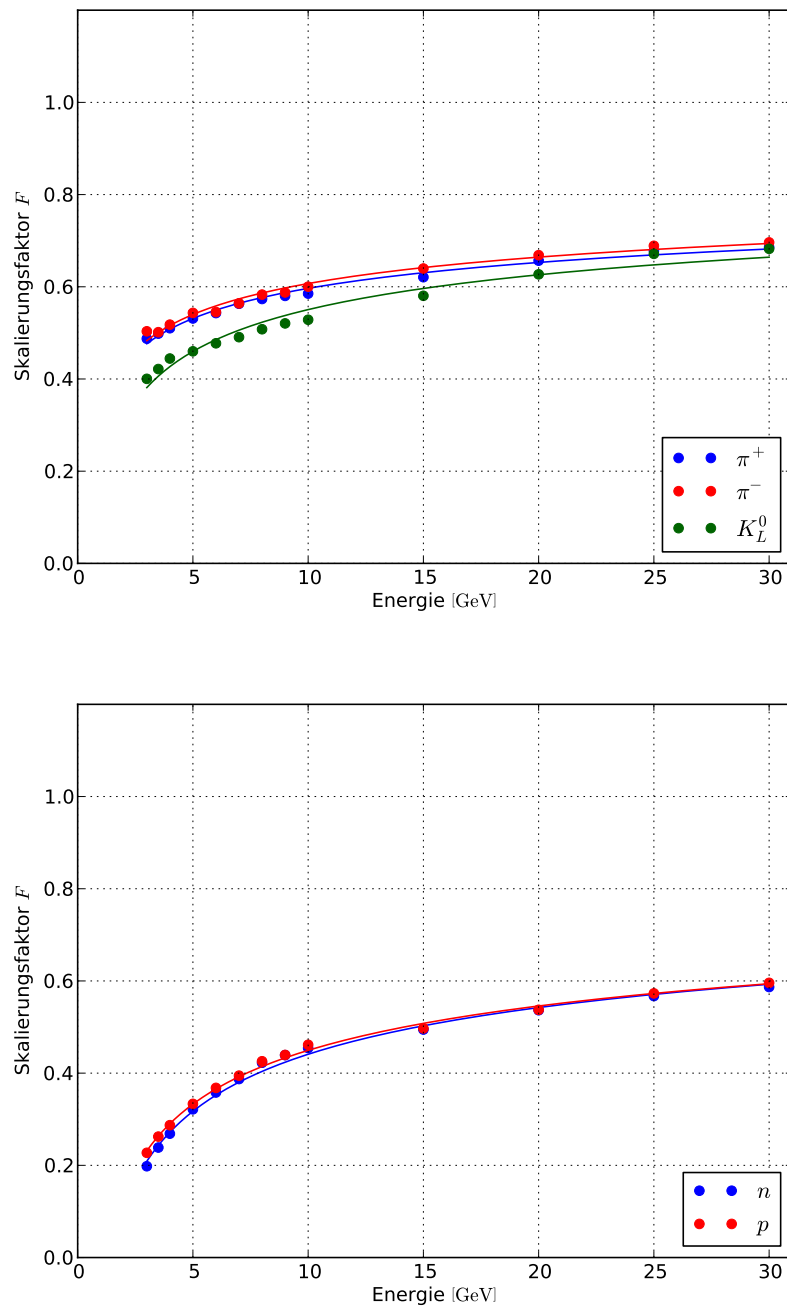


Abbildung 4.8.: Parameterisierung der Energieabhängigkeit des Skalierungsfaktors für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). Parameterisierung nach Formel 4.3

4.2. Skalierungsfaktor F der Gesamtpurlänge hadronischer und elektromagnetischer Kaskaden

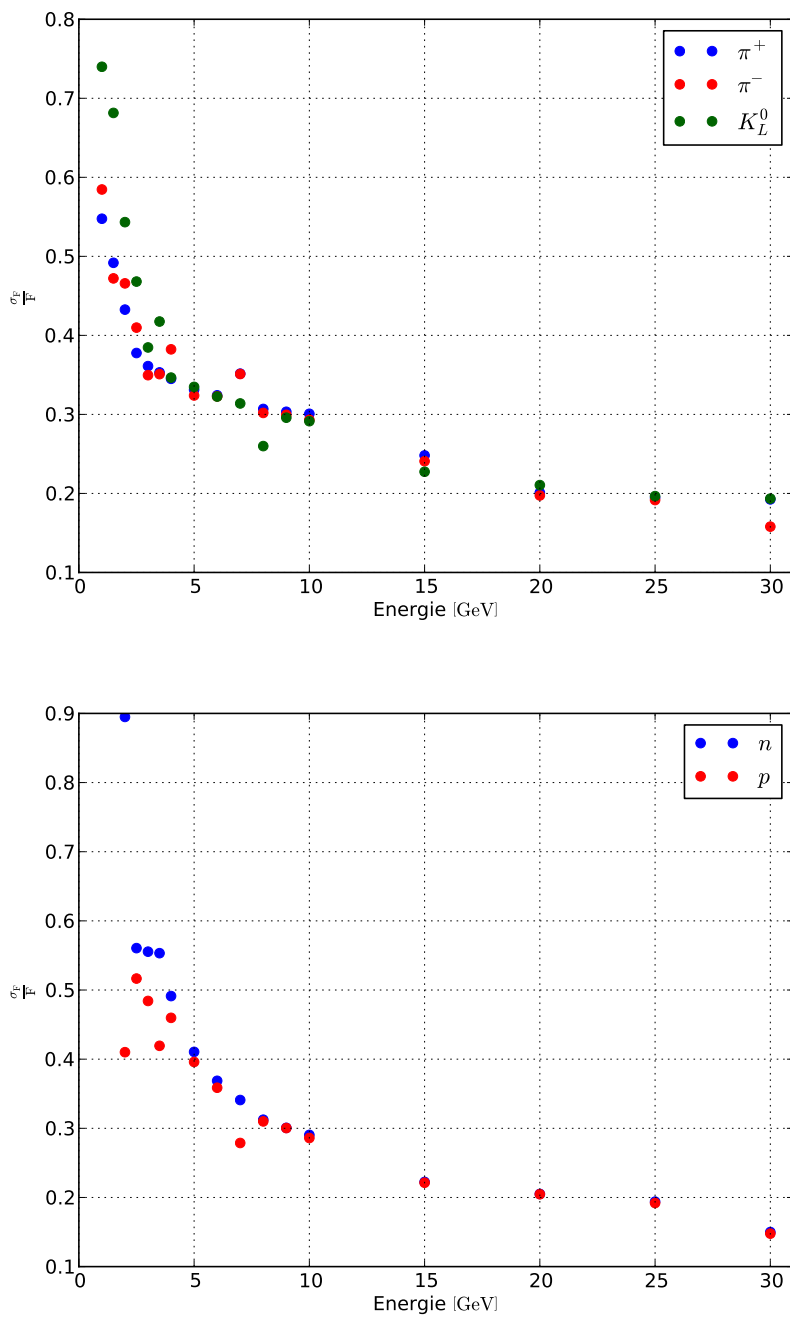


Abbildung 4.9.: Energieabhängigkeit der Schwankung des Skalierungsfaktors als der Mittelwert aus $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ für Mesonen (oben) und Baryonen (unten).

4. Parameterisierung der simulierten Daten

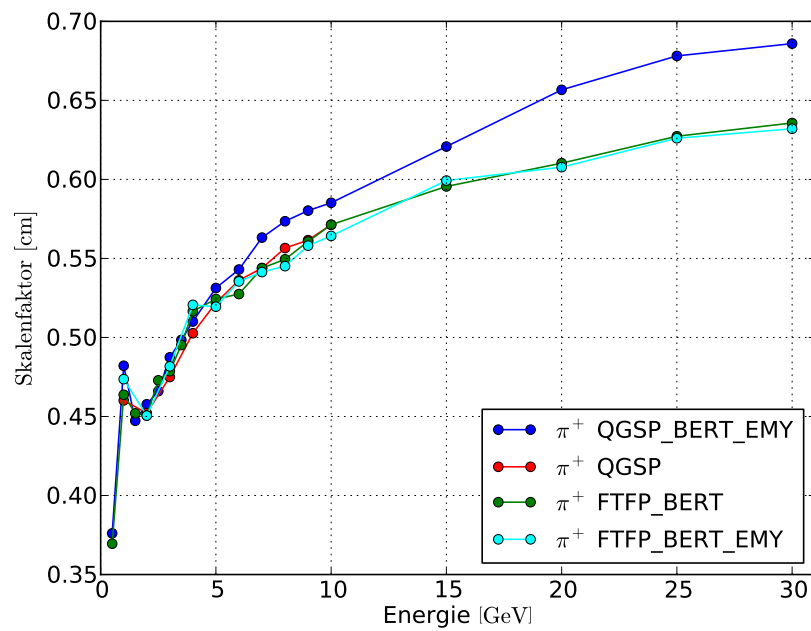
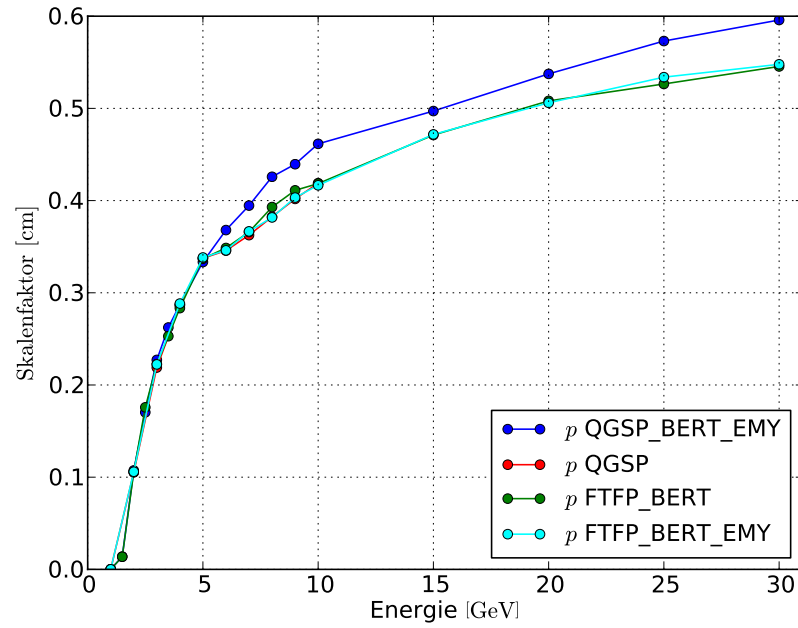


Abbildung 4.10.: Energieabhängigkeit des Skalierungsfaktors für Protonen (oben) und π^+ (unten) für die Referenzphysiklisten QGSP_BERT_EMY, FTFP_BERT, FTFP_BERT_EMY und QGSP.

4.3. Winkelverteilung des Tscherenkowlichts

Mit der in Kapitel 3.2 eingeführten Methode kann aus den mit der Simulation erstellten zweidimensionalen Histogrammen, welche die Spurlängen $l_{i,j}$ eines Teilches abhängig von seinem Zenitwinkel α_i und seiner relativen Geschwindigkeit β_j enthält, die Winkelverteilung des Tscherenkowlichts berechnet werden. Ein Beispiel eines solchen Histogrammes ist in Abbildung 3.3 gegeben. Im Folgenden wird nur der Kosinus des Zenitwinkels des Tscherenkowlichts $\cos(\Phi)$ benutzt, wobei Φ den eigentliche Zenitwinkel des Tscherenkowlichts darstellt. Die aus der in [4] eingeführten Transformation erhaltene Verteilung wird mit der folgenden Formel parameterisiert:

$$\frac{1}{N} \frac{dn}{d\Omega} = a \cdot \exp(b \cdot |x - \cos(\theta_C)|^c) + d, \quad (4.4)$$

wobei $x = \cos(\Phi)$ und $\cos(\theta_C) = \frac{1}{n\beta}$. β wurde zuvor aus der Energie E_0 und der Masse m des jeweils betrachteten Teilchens wie folgt berechnet, da das Primärteilchen den Tscherenkowwinkel θ_C bei niedrigen Energien dominiert. Dies gilt nicht für Neutronen, da diese nicht selbst zum Tscherenkowlichtertrag beitragen.

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{m^2}{E_0^2}} \quad (4.5)$$

In Abbildung 4.11 sind zwei dieser Parameterisierungen zu sehen, oben überhalb und unten unterhalb von 10 GeV. Es ist zu erkennen, dass die Parameterisierung die Verteilung nur oberhalb von 10 GeV sinnvoll beschreiben kann. Die Verteilung hat einen scharfen Peak beim Tscherenkowwinkel des Primärteilchens und schmiert in der logarithmischen Darstellung deutlich zu erkennen aus.

Da die aus der Parameterisierung nach Formel 4.4 erhaltenen Parameter nicht unabhängig von der Primärenergie sind, werden die Parameter wiederum parameterisiert. In [5] wurden die Parameter zur Bestimmung der Energieabhängigkeit mit

$$x = \alpha \left(\frac{E_0}{\text{GeV}} \right)^\gamma \quad (4.6)$$

parameterisiert, wobei x den Wert des jeweiligen Parameters bei der Energie E_0 wiedergibt. Diese Parameterisierung ist nur für den Bereich über 10 GeV anwendbar, da wie oben erwähnt die Parameterisierung nur oberhalb von 10 GeV sinnvoll ist. Die Parameterisierungen der Parameter sind in Abbildung 4.12 für K_L^0 und Neutronen als Primärteilchen abgebildet. Die Parameter α und γ sind für alle Primärteilchen in Tabelle 4.3 aufgelistet.

4. Parameterisierung der simulierten Daten

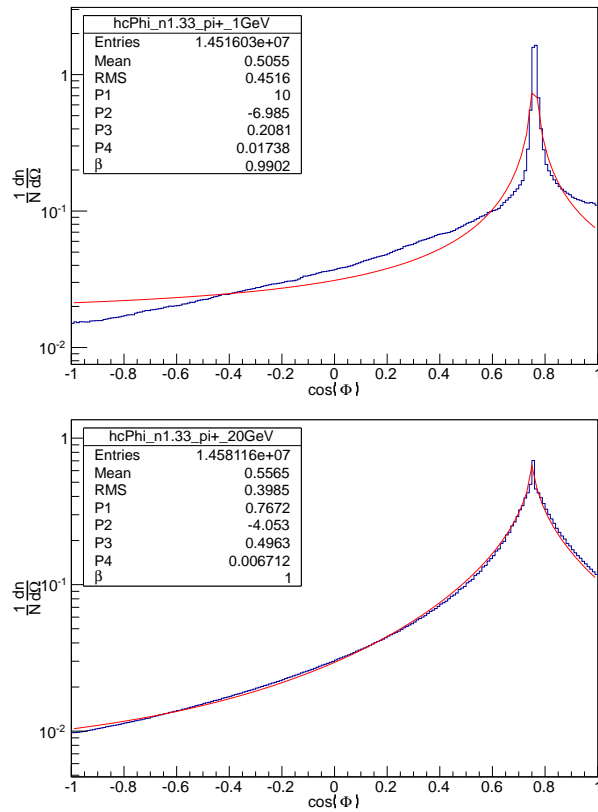


Abbildung 4.11.: Verteilung von $\frac{1}{N} \frac{dn}{d\Omega}$ gegen $\cos(\Phi)$ in logarithmischer Darstellung für π^+ als Primärteilchen bei 1 GeV (oben) und 20 GeV (unten). Bei 1 GeV ist zu erkennen, dass die Parameterisierung die Verteilung nicht sinnvoll beschreiben kann.

Primärteilchen	Parameter	a / sr^{-1}	b	c	d / sr^{-1}
π^+	α	0,2520	-2,2418	0,5541	0,0045
	γ	0.3776	0.1938	-0.0452	0.1135
π^+	α	0.2326	-2.3248	0.6600	0.0071
	γ	0.4047	0.1858	-0.0984	-0.0290
K_L^0	α	0.0499	-1.8826	1.9772	0.0506
	γ	0.8052	0.2474	-0.3874	-0.5352
p	α	0.3815	-1.7149	0.3421	0,0002
	γ	0.1494	0.2429	0.1397	1.1979
n	α	0.0917	-2.1398	1.5192	0.0267
	γ	0.5244	0.1752	-0.2672	-0.2816

Tabelle 4.3.: Tabellarische Aufstellung der Parameter α und γ aus der Parameterisierung der Parameter a , b , c und d für alle Primärteilchen.

4.3. Winkelverteilung des Tscherenkowlichts

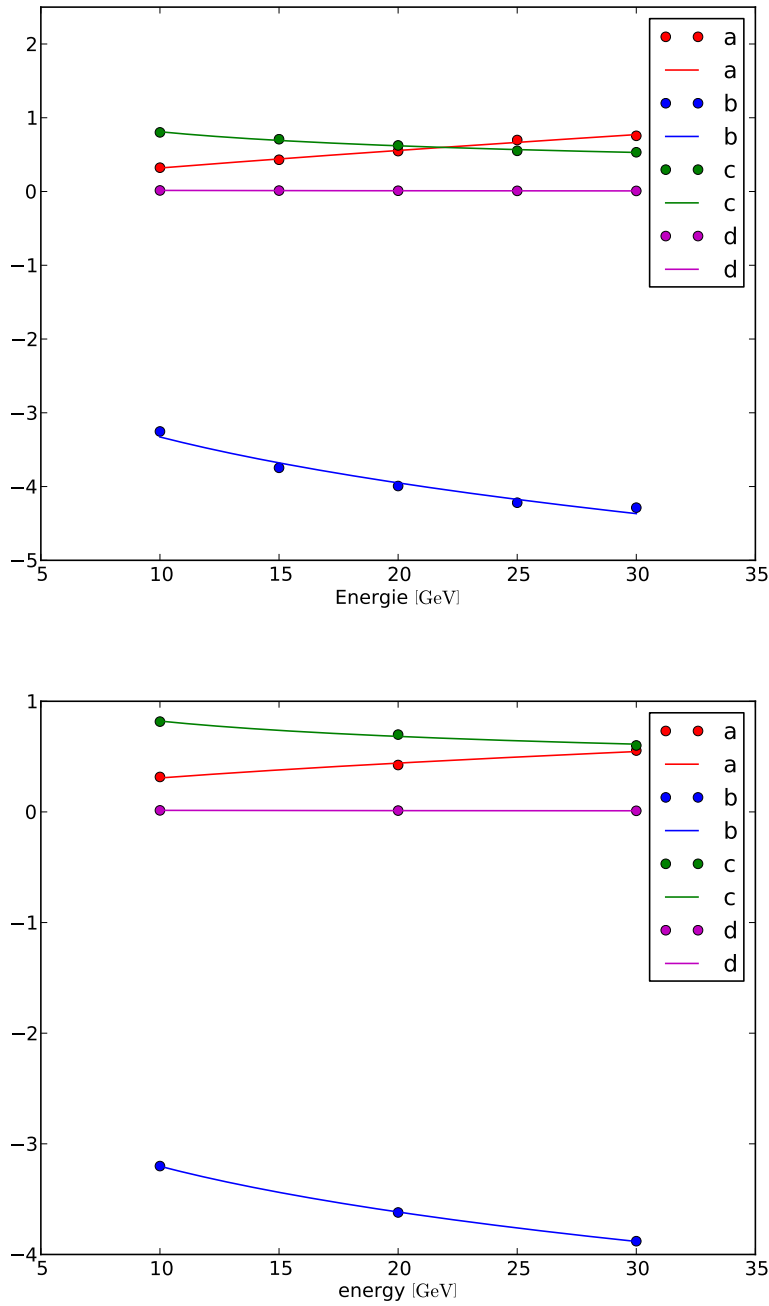


Abbildung 4.12.: Parameterisierung der Energieabhängigkeit der Parameter a , b , c und d für K_L^0 (oben) und Neutronen (unten) zwischen 10 GeV und 30 GeV. Die Bilder der Parameterisierungen der übrigen Primärteilchen sind im Anhang in Abbildung A.1 zu finden.

5. Schlussbetrachtung

In dieser Bachelorarbeit wurde die Tscherenkowlichterzeugung hadronischer Kaskaden in Eis untersucht. Zur Untersuchung wurden hadronischer Kaskaden mit Geant4 simuliert und ihre Tscherenkowlichtproduktion parameterisiert. Die Ergebnisse der Parameterisierung ermöglichen eine gute Beschreibung der Tscherenkowlichterzeugung durch eine hadronischen Kaskade für Energien bis 30 GeV. Es wurden der Tscherenkowlichtertrag, die Winkelverteilung der erzeugten Tscherenkowphotonen sowie der Skalierungsfaktor, welcher das Verhältnis der Tscherenkowlichterträge hadronischer und elektromagnetischer Kaskaden beschreibt, parameterisiert. Als Primärteilchen wurden π^+ , π^- , K_L^0 , Protonen und Neutronen verwendet.

Für die Bestimmung des Tscherenkowlichtertrages wurde die Gesamtpurlänge unter Berücksichtigung des Frank-Tamm-Faktors berechnet. Die Gesamtpurlänge ist direkt proportional zum Lichtertrag (siehe Gleichung 3.1) und wurde mit einer Potenzfunktion parameterisiert. Wie erwartet nimmt die Gesamtpurlänge mit der Primärenergie zu. Der Exponent aus Gleichung 4.1 liegt im Bereich zwischen 1,13 und 1,24. Die Ergebnisse der Parameterisierung der Gesamtpurlänge sind in Tabelle 4.1 zu finden.

Zusätzlich wurde ein Skalierungsfaktor F eingeführt, welcher das Verhältnis der Tscherenkowlichterträge hadronischer und elektromagnetischer Kaskaden beschreibt. Dieser folgt der erwarteten Funktion 4.3 und nähert sich bei steigender Primärenergie 1 an. Dies liegt daran, dass sich der Lichtertrag hadronischer Kaskaden mit steigender Primärenergie dem Lichtertrag elektromagnetischer Kaskaden annähert. Der Skalierungsfaktor erleichtert die Beschreibung des Tscherenkowlichtertrages und wurde wie in Abschnitt 4.2 erläutert parameterisiert. Die Ergebnisse der Parameterisierung des Skalierungsfaktors sind in Tabelle 4.2 zu finden.

Die Skalierungsfaktoren für π^+ und Protonen wurden für alle Primärenergien für die Referenzphysiklisten QGSP_BERT_EMY, FTFP_BERT, FTFP_BERT_EMY und QGSP verglichen. Dabei ist zu bemerken, dass der Skalierungsfaktor bei QGSP_BERT_EMY grundsätzlich größer ist als bei den übrigen Referenzphysiklisten, welche im Bereich geringer Schwankungen gleiche Skalierungsfaktoren haben.

Die in [4] eingeführte Transformation berechnet aus der Spurlänge den Tscherenkowlichtertrag und stellt die Winkelverteilung des Tscherenkowlichtertrages dar. Die Winkelverteilung hat einen scharfen Peak bei dem Tscherenkowwinkel, welcher dem jeweiligen Primärteilchens bei der jeweiligen Primärenergie zugeordnet ist, mit der Ausnahme des Neutrons. Die Details und Ergebnisse der Parameterisierung sind in Abschnitt 4.3 zusammengefasst. Die Energieabhängigkeit der Parameter wurde ebenfalls parameterisiert und ist in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Die in Kapitel 4 bestimmten Parameterisierungen erlauben eine genaue Parameterisierung der Gesamtpurlänge, des Skalierungsfaktors und der Winkelverteilung des Tsche-

renkowlichtes einer hadronischen Kaskade in Eis. Die Ergebnisse aus [4] und [5] sind mit diesen Ergebnissen um den Energiebereich bis 30 GeV erweitert worden. Sie können zur Simulation der Tscherenkowlichtproduktion von hadronischen Kaskaden in Neutrinoteleskopen verwendet werden.

Es muss erwähnt werden, dass die Parameterisierung der Winkelverteilung unter 10 GeV keine sinnvollen Ergebnisse hervorbrachten. Eine Erklärung hierfür ist die bei niedrigen Energien geringe Anzahl der Teilchen einer hadronischen Kaskade und die daraus resultierende Dominanz des Primärteilchens bei der Tscherenkowlichterzeugung. Zudem bietet sich eine genauere Untersuchung der Referenzphysikliste QGSP_BERT_EMY an, da sich diese von den übrigen abhebt und unerwartete Ergebnisse für den Skalierungsfaktor zeigte.

Literaturverzeichnis

- [1] Julia K. Becker. High-energy neutrinos in the context of multimessenger physics. *Physics Reports*, 458:173–246, 2008.
- [2] A. Achterberg et al. First Year Performance of The IceCube Neutrino Telescope. *Astroparticle Physics*, 26:155–173, 2006.
- [3] Leif Rädcl. Simulation studies of the cherenkov light yield from relativistic particles in high-energy neutrino telescopes with geant4. Master’s thesis, RWTH Aachen, 2012.
- [4] Leif Rädcl and Christopher Wiebusch. Calculation of the Cherenkov light yield from low energetic secondary particles accompanying high-energy muons in ice and water with Geant 4 simulations. *Submitted to Astroparticle Physics*, 2012.
- [5] Leif Rädcl and Christopher Wiebusch. Calculation of the Cherenkov light yield from electromagnetic cascades in ice with Geant4. *Submitted to Astroparticle Physics*, 2012.
- [6] Jamie Yang. I3arrayjan2011noamanda. IceCube Internal Gallery, 2012.
- [7] Raj Gandhi, Chris Quigg, Mary Hall Reno, and Ina Sarcevic. Ultrahigh-energy neutrino interactions. *Astroparticle Physics*, 5:81–110, 1996.
- [8] Marius Wallraff. Design, implementation and test of a new feature extractor for the icecube neutrino observatory. Diploma Thesis, RWTH Aachen, 2010.
- [9] W. Lohman, R. Kopp, and R. Voss. Energy loss of muons in the energy range 1 - 10000 gev. *CERN*, 85-03, 1985.
- [10] C. Amsler et al. Review of Particle Physics – Experimental Methods and Colliders. *Physics Letters*, B667(1-5):261 – 315, 2008. Review of Particle Physics.
- [11] Dmitry Chirkin and Wolfgang Rhode. Propagating leptons through matter with muon monte carlo (mmc). *Arxiv preprint hep-ph/0407075v2*, 2008.
- [12] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Schematic_of_a_particle_shower.svg.
- [13] P. A. Cherenkov. Visible emission of clean liquids by action of gamma radiation. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 2:451+, 1934.
- [14] I. Tamm. Radiation emitted by uniformly moving electrons. *J. Phys. (USSR)*, 1:439, 1939.

- [15] S. Agostinelli et. al. Geant4—a simulation toolkit. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3):250 – 303, 2003.
- [16] Marek Kowalski. *Search for Neutrino-Induced Cascades with the AMANDA-II Detector*. PhD thesis, 2004.

Abbildungsverzeichnis

1.1.	Schematischer Aufbau des IceCube Neutrino Observatory am Südpol. [6]	3
2.1.	Charakteristische Signaturen von Neutrinowechselwirkungen über den geladenen Strom in Tscherenkowteleskopen. Es ist zu beachten, dass elektromagnetische und hadronische Kaskaden ebenfalls Tscherenkowlichtquellen sind. [8]	5
2.2.	Schematische Darstellung einer elektromagnetischen Kaskade. [12]	6
2.3.	Prinzip der Tscherenkowlichtproduktion anhand des Huygensschen Prinzips erklärt.	8
3.1.	Geometrie des für die Simulation benutzten Detektors. [5]	9
3.2.	Simulationsprinzip einer hadronischen Kaskade. Das Primärteilchen ist blau, geladene Sekundärteilchen rot und neutrale Sekundärteilchen grün dargestellt [5]	10
3.3.	Ein beispielhaftes Histogramm der Spurlänge l , anhängig von dem Zenitwinkel α und der relativen Geschwindigkeit β .	12
4.1.	Ein Beispiel für Histogramme der über 2000 Kaskaden gemittelten Spurlänge l , abhängig von der relativen Geschwindigkeit β . Oben: Spurlänge als Funktion von β für ein π^0 mit verschiedenen Primärenergien. Unten: Spurlänge gewichtet mit dem Frank-Tamm-Faktor als Funktion von β mit verschiedenen Primärenergien.	14
4.2.	Ein Histogramm der Gesamtpurlängen von 2000 simulierten Kaskaden mit einer Energie von 6 GeV. Der Mittelwert ist als rote Linie eingezeichnet und mit blauen Linien $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ als untere und obere Grenze des mittleren 68% beinhaltenden Bereiches. Der 68%-Bereich ist nicht symmetrisch um den Mittelwert gelegen.	15
4.3.	Energieabhängigkeit der Gesamtpurlänge für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). Die Schwankung um den Mittelwert ist als farbiges Band dargestellt.	16
4.4.	Parameterisierung der Energieabhängigkeit der Gesamtpurlänge für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). Parameterisierung nach Formel 4.1	17
4.5.	Parameterisierung der Energieabhängigkeit der Schwankung als Mittelwert aus $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ für Mesonen (unten) und Baryonen (oben). Parameterisierung nach Formel 4.2	18

4.6.	Ein Histogramm der Skalierungsfaktoren von 2000 simulierten Kaskaden mit einer Energie von 7 GeV. Der Mittelwert ist als rote Linie eingezeichnet und mit blauen Linien $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ als untere und obere Grenze des mittleren 68% beinhaltenden Bereiches. Der 68%-Bereich ist nicht symmetrisch um den Mittelwert gelegen.	19
4.7.	Energieabhängigkeit des Skalierungsfaktors für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). Die Schwankung um den Mittelwert ist als farbiges Band dargestellt.	21
4.8.	Parameterisierung der Energieabhängigkeit des Skalierungsfaktors für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). Parameterisierung nach Formel 4.3 . . .	22
4.9.	Energieabhängigkeit der Schwankung des Skalierungsfaktors als der Mittelwert aus $\sigma_{\text{unten}}^{68\%}$ und $\sigma_{\text{oben}}^{68\%}$ für Mesonen (oben) und Baryonen (unten). . .	23
4.10.	Energieabhängigkeit des Skalierungsfaktors für Protonen (oben) und π^+ (unten) für die Referenzphysiklisten QGSP_BERT_EMY, FTFP_BERT, FTFP_BERT_EMY und QGSP.	24
4.11.	Verteilung von $\frac{1}{N} \frac{dn}{d\Omega}$ gegen $\cos(\Phi)$ in logarithmischer Darstellung für π^+ als Primärteilchen bei 1 GeV (oben) und 20 GeV (unten). Bei 1 GeV ist zu erkennen, dass die Parameterisierung die Verteilung nicht sinnvoll beschreiben kann.	26
4.12.	Parameterisierung der Energieabhängigkeit der Parameter a , b , c und d für K_L^0 (oben) und Neutronen (unten) zwischen 10 GeV und 30 GeV. Die Bilder der Parameterisierungen der übrigen Primärteilchen sind im Anhang in Abbildung A.1 zu finden.	27
A.1.	Parameterisierung der Energieabhängigkeit der Parameter a , b , c und d für π^+ (oben), π^- (mitte) und Protonen (unten) zwischen 10 GeV und 30 GeV. 35	35

Tabellenverzeichnis

4.1. Tabellarische Aufstellung der Parameter für die Parameterisierung der Gesamtpurlänge und dessen Schwankung.	15
4.2. Tabellarische Aufstellung der Parameter für die Parameterisierung des elektromagnetischen Verhältnisses.	20
4.3. Tabellarische Aufstellung der Parameter α und γ aus der Parameterisierung der Parameter a , b , c und d für alle Primärteilchen.	26

A. Anhang

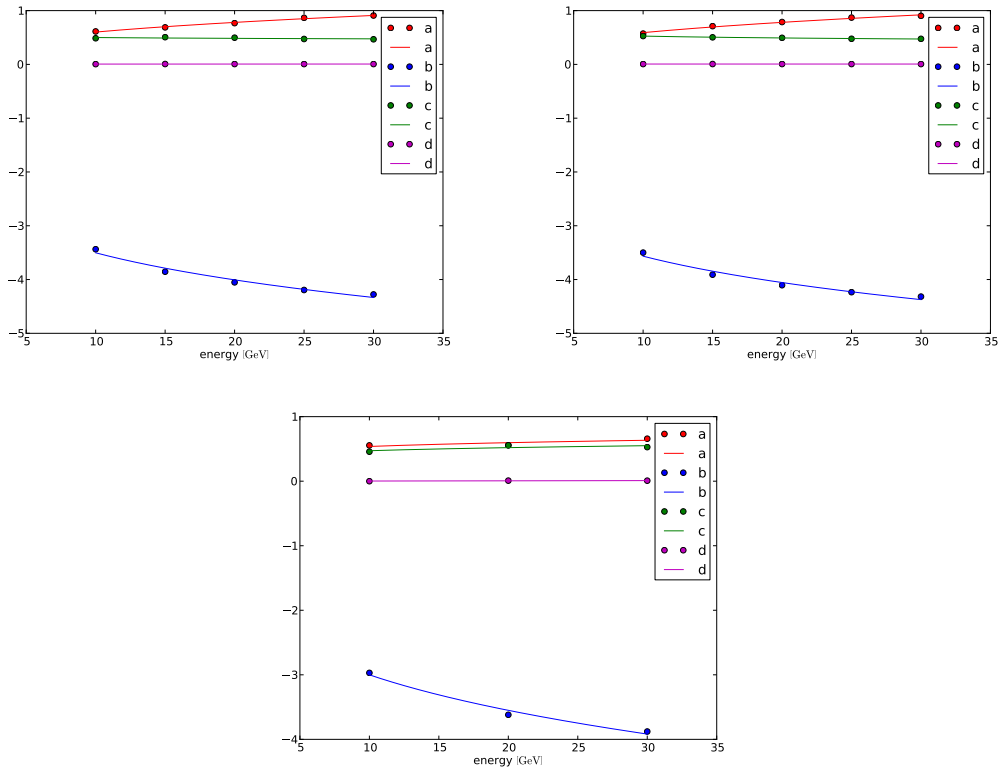


Abbildung A.1.: Parameterisierung der Energieabhängigkeit der Parameter a , b , c und d für π^+ (oben), π^- (mitte) und Protonen (unten) zwischen 10 GeV und 30 GeV.

Erklärung

HIERMIT ERKLÄRE ICH, DASS ICH DIE VORLIEGENDE ARBEIT SELBSTSTÄNDIG
VERFASST UND KEINE ANDEREN ALS DIE ANGEgebenEN QUELLEN UND HILFSMITTEL
VERWENDET HABE.
